

ESERCIZIARIO ESTIVO CLASSI PRIME



Anno scolastico 2018-2019

Nota: questo eserciziario vuole essere una guida per il ripasso e il consolidamento estivo delle principali nozioni apprese nel corso del primo anno di studi. Non costituisce, però, riferimento unico per la preparazione del compito di recupero dell'eventuale debito formativo per la quale si invitano gli studenti a riferirsi ai programmi svolti dai diversi docenti nel corso dell'anno e pubblicati nell'apposita sezione del sito internet dell'Istituto nonché alle specifiche indicazioni fornite dagli stessi.

INSIEMI

➔ Teoria da pagina 104

a. Indica quali delle seguenti frasi individuano un insieme:

- Le case della tua città con almeno tre piani
- Le case della tua città con almeno trenta pinai
- Le attrici italiane più apprezzate
- I colori dell'arcobaleno
- I colori più belli dell'arcobaleno
- I metalli meno resistenti

b. Dati gli insiemi

$$A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$$

$$B = \{3,5,6\}$$

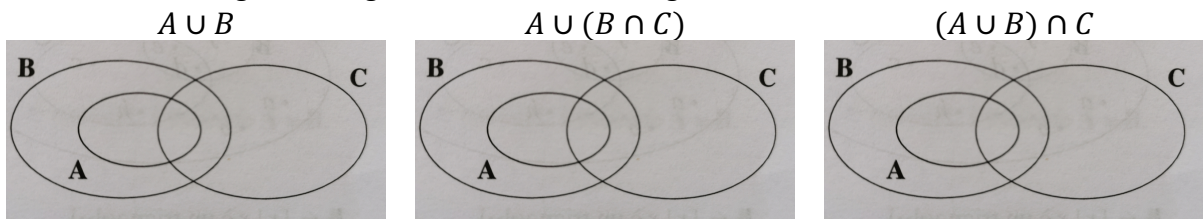
$$C = \{0,3,4\}$$

Rappresentali con un solo diagramma di Venn.

Rappresenta, inoltre, per elencazione ciascuno dei seguenti insiemi:

$$A \cap B, A \cup B, A \cap C, A - B, B \cap C, \overline{C_A}$$

c. In ciascuno dei seguenti diagrammi di Venn colorare gli insiemi indicati:



d. Dati gli insiemi: $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d\}$, $C = \{b, d, f\}$

Verifica le seguenti uguaglianze, riportando per elencazione gli elementi degli insiemi indicati, e determina le proprietà cui si riferiscono:

- 1) $A \cap B = B \cap A$
- 2) $A \cup B = B \cup A$
- 3) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- 4) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

ESPRESSIONI CON LE FRAZIONI

➔ Teoria da pagina 47

Semplifica, applicando la proprietà delle potenze:

$$a. \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^{13} ; \quad \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{21}\right]^6 : \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{21}\right]^5 ; \quad \left\{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^2\right\}^2 \quad \left[\frac{1}{3}; \frac{4}{9}; \frac{1}{256}\right]$$

$$b. \left(\frac{8}{9}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 ; \quad \left(\frac{25}{16}\right)^3 : \left(\frac{5}{8}\right)^3 ; \quad \left(\frac{2}{5}\right)^{10} : \left(\frac{2}{5}\right)^{10} \quad \left[\frac{4}{9}; \frac{125}{8}; 1\right]$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$a. \frac{2}{3} + \left[\frac{4}{5} \cdot \left(3 + \frac{1}{8}\right) - 2\right] \cdot \frac{5}{3} \quad \left[\frac{3}{2}\right]$$

$$b. \frac{4}{5} + \frac{5}{2} : \left(\frac{9}{8} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{15}\right) + \frac{1}{15} \quad [2]$$

$$c. \left[\frac{14}{15} \cdot \frac{5}{8} + \left(\frac{23}{13} - 1\right) : \frac{4}{13} - \left(\frac{7}{4} + \frac{1}{3}\right)\right] : \left(2 - \frac{8}{7}\right) \cdot \frac{6}{5} \quad \left[\frac{7}{5}\right]$$

$$d. \left[\left(2 + \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{6}\right] : \left\{\left[\left(\frac{3}{16} + \frac{5}{48}\right) : \frac{14}{15}\right] - \frac{5}{16}\right\} \quad \text{Impossibile}$$

$$e. \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left\{\frac{1}{3} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left[\left(1 + \frac{4}{9}\right) + \frac{7}{3} : \left(3 + 6 \cdot \frac{1}{5}\right)\right]^2\right\}^2 \quad [6]$$

$$f. \left\{\left[\left(1 - \frac{1}{4}\right)^2 + 1\right]^3 : \left[1 - \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2\right]^3 \cdot \left(3 - \frac{1}{5}\right)^2\right\} : (2^2 \cdot 5^2) - \frac{3}{7} \quad \left[\frac{22}{7}\right]$$

$$g. \left[\left(\frac{1}{4}\right)^{2^3}\right] : \left(\frac{1}{8}\right)^3 + \left[\left(\frac{1}{16}\right)^4 : \left(\frac{1}{2}\right)^5\right] : \left(\frac{1}{32}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{8} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$h. \left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^4 : \left(\frac{16}{81}\right)^2\right]\right\} : \left\{\left[\left(\frac{45}{22}\right)^4 \cdot \left(\frac{11}{15}\right)^4\right] : \left(\frac{3}{2}\right)\right\} \quad \left[\frac{8}{27}\right]$$

NUMERI RELATIVI

Semplifica, applicando le proprietà delle potenze:

a. $\left[\left(-\frac{3}{5} \right)^{3+3} \right] =$

b. $\left\{ - \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right]^3 \right\}^2 =$

c. $\left(-\frac{1}{2} \right)^4 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^{-2} =$

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando, ovunque possibile, le proprietà delle potenze:

a. $26 - \{ -[-5 - (-7 - 15) + (-8 - 13)] - [-7 - (-9 - 8) - 2] + 5 \} - 20$ [+5]

b. $\left[\left(\frac{18}{7} - \frac{5}{3} \right) - \left(\frac{11}{9} - \frac{2}{3} \right) \right] - \left[\frac{5}{9} - \left(\frac{4}{3} + \frac{5}{7} \right) + \left(\frac{10}{21} + \frac{15}{7} - \frac{5}{63} \right) \right] + \frac{38}{63}$ [- $\frac{2}{21}$]

c. $\left\{ \left[\left(-\frac{9}{10} \right)^5 \cdot \left(-\frac{9}{10} \right)^3 \right]^2 : \left[\left(-\frac{3}{5} \right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{5} \right)^0 \right]^4 \right\} : \left(+\frac{3}{2} \right)^{15} - \frac{3}{2}$ [0]

MONOMI**➡ Teoria da pagina 152**

Semplifica le seguenti espressioni:

a. $-\frac{2}{3}ab^2 \cdot \left(-\frac{4}{9}ab\right) : \left(ab^2 + \frac{1}{2}ab^2\right)$ $\left[\frac{16}{81}ab\right]$

b. $a \cdot (-3bc^2 + 4bc^2) + 0,5ac \cdot 2^3bc$ $[5abc^2]$

c. $9x^4y^4z^3 : (-xy)^2 : z^3 - (3xy)^2$ $[0]$

d. $\left(-\frac{1}{2}a^2bc\right)^2 : \left(-\frac{1}{2}a^3b^2\right) - (2c)^2 \cdot (-a) - \frac{15}{2}ac^2$ $[-4ac^2]$

e. $\frac{1}{3}x^4y^3 : (3x^4y) - \left(\frac{1}{4}x^3y^2 + \frac{1}{12}x^3y^2\right)^2 : \left(-\frac{1}{2}x^3y\right)^2$ $\left[-\frac{1}{3}y^2\right]$

f. $\left[\left(-\frac{1}{2}x^4y^3\right)^2 : \left(-\frac{1}{2}xy\right)^3 + x^3y \cdot (-2y^2x^2)\right]^2 : (4x^5y^3)^2$ $[1]$

Massimo Comun Divisore (M.C.D.) e Minimo Comune Multiplo (m.c.m.)**➡ Teoria pagina 158**

Determina il massimo comun divisore e il minimo comune multiplo fra:

a. $3ax^2, \quad 5abx, \quad \frac{7}{2}a^3bx, \quad \frac{1}{2}a^5x^3y$

b. $100x^3y^3z^3, \quad 20xyz^5, \quad 10xz^4$

c. $18m^4n^2p, \quad -12m^2np, \quad 3m^4p, \quad 24m^6n^3p$

d. $-2x^2y^2z^2, \quad 4y^3z^4, \quad 6xy^2z^3, \quad x^4$

POLINOMI**➡ Teoria da pagina 192**

Calcola il valore delle seguenti espressioni:

a. $-a^2 - a(b - a + 3b^2 + 1) + b(3ab + a)$ [$-a$]

b. $(-3x^2 + 2)(x - 4)y - 8(-x^3y - xy)$ [$5x^3y + 12x^2y + 10xy - 8y$]

c. $(3x - b)(2a + x)(b - a) - [x(7a - b) + 2a(a - b)]b$ [$-3ax^2 + 3bx^2 - 6a^2x$]

d. $\frac{4}{3}\left(a - \frac{3}{2}bc + \frac{3}{4}c^2\right) - (b - 2a - c)c - 2(a + ac + c^2)$ [$-\frac{2}{3}a - 3bc$]

e. $\frac{7}{4}ab^2 - \left(a + \frac{1}{6}b\right)\left(\frac{3}{2}a\right)(2a + 3b) + \left(-6b + \frac{1}{2a}\right)\left(-\frac{1}{2}a\right)\left(a - \frac{1}{3}b\right)$ [$-\frac{13}{4}a^3 - \frac{23}{12}a^2b$]

Massimo Comun Divisore (M.C.D.) e Minimo Comune Multiplo (m.c.m.)**➡ Teoria pagina 376**

Determina il massimo comun divisore e il minimo comune multiplo dei seguenti polinomi:

a. $(a - b)^3$, $(a - b)(a + b)$, $(a + b)^2$

b. $(4x - z)(x + z)$, $(z + x)(4x + z)$, $(x + z)^2$

c. $x^2y - 3xy$, $x^2 - 6x + 9$, $5xz - 15z$

d. $x^2 + 5x - 14$, $x^2 + 14x + 49$, $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

PRODOTTI NOTEVOLI

➡ Teoria da pagina 195

Riconosci e sviluppa i prodotti notevoli indicati:

a. $(2a^2b^2c - 1)(-2a^2b^2c - 1)$

b. $(3ab - 2a)^2$

c. $\left(\frac{2}{3}a^2 - \frac{1}{3}b^3\right)^3$

d. $\left(-\frac{3}{2}a + 2a^2\right)^2$

e. $(-2a - b)^3(5a - 3b + c)^2$

f. $\left(-\frac{1}{3}x^2 - xy + \frac{1}{2}y^2\right)^2$

g. $\left(2x^2 + \frac{1}{2}xy^3\right)^3$

h. $\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{2}x^2\right)\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{9}\right)$

i. $(x + 3a)^2$

l. $(-2a - b)^3$

m. $\left(-2ab + \frac{1}{2}a\right)^3$

n. $\left(-\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}b\right)^2$

o. $(-3x + y)(y + 3x)$

Semplifica le seguenti espressioni utilizzando, ovunque possibile, i prodotti notevoli:

a. $\left\{\left(2x - \frac{1}{2}y\right)^3 - \left(x - \frac{1}{2}y\right)^3 - (x + y)(2x - y)^2 - (-y)^3 + \frac{9}{2}\left(x - \frac{1}{6}y\right)xy\right\}x$ $3x^4 + 3x^2y^2$

b. $\left(\frac{1}{3}a^2 + 2b\right)^3\left(2b - \frac{1}{3}a^2\right)^3 - \frac{1}{9}a^4 + \left(4b^2 - \frac{1}{9}a^4\right)^2\left(\frac{1}{9}a^4 - 4b^2\right)$ $-\frac{1}{9}a^4$

c. $\left[\left(\frac{3}{2}a^2x - 2a\right)^2 : (-a)^2 - 8 - \left(\frac{3}{2}ax - 2\right)\left(\frac{3}{2}ax + 2\right)\right]^2 : [2(2 - bx) + 8b^3x^3 : (-2bx)^2] - 2a^2x$ $9a^2x^2 - 2a^2x$

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

➡ Teoria da pagina 369

Scomponi in fattori:

1. $15x^3y^6 - 9x^4y^4 + 12x^2y^5$
2. $-x(a-b) + 3(b-a)$
3. $3x + 2y + 3xy + 2y^2$
4. $a^2b^2 - 14ab + 49$
5. $-(a+b-c)^2 + (a+b-c)(a+b-1) - (c-a-b)$
6. $a^3 - 8b^3$
7. $ax + bx + cx - ay - by - cy + a + b + c$
8. $15x^4y^6 - 3x^3y^5 + 12x^4y^4$
9. $(x+2)^3 - 8$
10. $2x(a+b) - y(a+b) + 2ax(a+b)$
11. $\frac{1}{9}a^2 + b^2 + \frac{1}{4}c^2 + \frac{2}{3}ab + \frac{1}{3}ac + bc$
12. $4x^2 + y^2 + 9z^2 - 4xy + 12xz - 6yz$
13. $1 + x^3$
14. $\frac{2}{5}(a-1)^2b^2 - \frac{1}{10}(a-1)^2b^3 + \frac{2}{15}(a-1)^3b$
15. $\frac{1}{16}a^2 - \frac{1}{2}a + 1$
16. $a^7 - 8ab^3$
17. $x^4 - 4x^2 + 4$
18. $x(a+b) - 2(a+b) - 3x^2(a+b)$
19. $\frac{1}{2}a^2 + 2ab + 6a + 2b^2 + 12b + 18$
20. $\frac{3}{2}(2x-a+b)^2 - (a-b-2x) + 3xa - 3xb - 6x^2$
21. $\frac{1}{4}y^2 - 5y + 25$
22. $(x+2)(x+3) + (x-1)(x+3)$
23. $(a-2y)^3 - (2y-x)^3$
24. $ab(c-1) + ab^2(1-c)$
25. $a^4 - a(1-2a)^3$
26. $-a^3 - a^2b + a + b$
27. $125a^3xy^2 - 8x^4y^2$
28. $12a^7 - 12ab^6$
29. $3a^2y^2 - 3axy^2 - 3xy^2 + 3a^3y^2$
30. $\frac{1}{4}a^2 - ab + 3a + b^2 - 6b + 9$
31. $x^8 - a^3y^9x^2$
32. $-3a^3 + 2b^2 - 2a^2b + 3ab$

Scomponi in fattori i seguenti polinomi utilizzando la regola di Ruffini:

- a. $2a^2 + a - 15$
- b. $-3a^3 - 17a^2 + 54a - 16$
- c. $y^4 - 2y^2 - 8$
- d. $44 + y^3 - 51y + 6y^2$

EQUAZIONI INTERE DI PRIMO GRADO**➡ Teoria da pagina 271**

- a. $6x - 1 = 2(4 + 3x)$ *Impossibile*
- b. $9x + 3(1 - 3x) = 3$ *Indeterminata*
- c. $8(x + 1) - 2(x + 5) = 3x + 7$ $S = 3$
- d. $(x - 2)^2 - x^2 = 2(2 - x) - 2x$ *Indeterminata*
- e. $11 - 3x(x^2 - 7) + 2x = x(2 - 3x^2) + 4x - 1$ $S = -\frac{12}{17}$
- f. $(x^2 - 3)(x^2 + 3) - x^4 = -3(2x^2 + 3) + 2(3x^2 - 1) + 3$ *Impossibile*
- g. $(x - 1)^2 - (4x + 3)^2 - x^2 = (3 - 4x)(3 + 4x) + 5$ $S = -\frac{11}{13}$
- h. $\frac{x}{2} - 1 - \frac{2x - 1}{6} + \frac{3 - 2x}{4} = \frac{x - 1}{2}$ $S = \frac{1}{2}$
- i. $\frac{6x - 3(x + 4) - 12}{3} = \frac{-x + 2(1 - x) - 5}{2}$ $S = \frac{13}{5}$
- l. $\frac{1}{9}(x + 5) = -\left\{1 + \left[\frac{5}{7} + \frac{1}{7}(x - 9) + \frac{1}{5}(x + 1)\right]\right\} + 3$ $S = 4$
- m. $\left(\frac{2x + 1}{3} - 4\right)^2 - \left(\frac{2x + 1}{3} + 4\right)^2 = 0$ $S = -\frac{1}{2}$
- n. $\left(\frac{x}{2}\right)^2 (4x - 13) - (x - 1)^3 + \left(\frac{x}{2} + 1\right)\left(\frac{x}{2} - 1\right) = 4$ $S = -\frac{4}{3}$
- o. $\frac{(2x + 4)}{8} + \frac{(26x - 7) - 1}{\frac{8}{3}} = -\frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{4} - 4x^2\right) + \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 - 2x\right]$ $S = \frac{7}{26}$

Individua il campo di esistenza delle seguenti frazioni algebriche:

a. $\frac{x + 3}{3x - 12}$

b. $\frac{6}{x^2 - 3x - 4}$

c. $\frac{2x}{(x + 1)^2}$

d. $\frac{2x - 1}{3y^3 - 12y}$

e. $\frac{1}{y^2 - 4}$

* Per le classi nel cui programma svolto compaiono le equazioni di primo grado frazionarie, si invitano gli studenti a ripassare autonomamente anche questo argomento.

PROBLEMI

1. In una classe 15 studenti hanno la sufficienza in matematica e 18 studenti hanno la sufficienza in italiano. Sapendo che gli alunni della classe sono 25 e che tutti hanno la sufficienza in almeno una delle materie quante alunni sono sufficienti in entrambe le materie?

2. Caterina spende in media in un mese (30 giorni) 200 euro per il telefono e 530 euro per la benzina. Se guadagna 2300 euro al mese quanto denaro le resta? Quanto spende in media al giorno per il telefono? E per la benzina?

[1570 euro; 6,67 euro; 17,67 euro]

3. Giulia vuole confezionare dei cestini di frutta uguali, in modo che ciascuno contenga il maggior numero possibile di mele, pere e arance. Se dispone di 36 mele, 20 pere e 24 arance quanti cestini può preparare? Quante mele, pere e arance conterrà ciascuno di essi?

[4; 9, 5, 6]

4. Tre motociclisti corrono su una pista circolare nello stesso verso. Il primo percorre un giro in 30 secondi, il secondo in 36 secondi e il terzo in 42 secondi. Considerando che partono insieme, dopo quanti secondi si troveranno nuovamente affiancati alla partenza? Quanti giri avrà percorso ogni motociclista?

[1260 s; 42, 35, 30 giri]

5. Una gelateria artigianale vende in un giorno 210 ghiaccioli di tre gusti diversi: pesca, frutti di bosco e limone. Sapendo che $\frac{1}{5}$ dei ghiaccioli venduti sono ai frutti di bosco e $\frac{2}{7}$ alla pesca, calcola il numero di ghiaccioli al limone venduti.

[108]

6. Andrea compra un'automobile 21.000 euro. Paga subito $\frac{5}{7}$ dell'intero importo e il resto lo pagherà con delle rate mensili di 500 euro. In quanti mesi salderà il debito?

[12]

7. In un triangolo un lato è 12 cm mentre gli altri due sono uno $\frac{1}{6}$ dell'altro. Se il perimetro è 3 cm quanto misurano i due lati?

[18cm; 3 cm]

8. In un anno una famiglia spende il 30% delle sue entrate per spese ordinarie, il 25% per il cibo e il 20% per il vestiario e il 15% per svaghi e vacanze. Sapendo che le entrate annue sono di 40.000 euro qual è il risparmio della famiglia?

[4.000]

9. Un treno parte da Torino con 134 passeggeri. Alla stazione di Chivasso scendono 3 passeggeri e ne salgono 12, alla stazione di Vercelli scendono 32 passeggeri e ne salgono 15, alla stazione di Novara scendono 12 passeggeri e salgono 16 passeggeri. Quando il treno arriva a Milano scende il 90% dei passeggeri. Quanti passeggeri scendono a Milano?

[117]

10. Per il compleanno di Angelo, Rosi ha preparato un'enorme torta che divide in 20 fette uguali. Angelo si serve naturalmente per primo e prende un quinto della torta più una fetta. Si serve poi Desiderio che prende $\frac{1}{5}$ della torta rimasta più una fetta. Tocca adesso a Carla che all'inizio prende una fetta e aggiunge poi un quinto di quello che è rimasto. Milena prende $\frac{1}{4}$ della torta rimasta più una fetta. Arianna, infine, prende un quinto della torta rimasta più una fetta. Quante fette di torta rimangono per Rosi.

11. Nell'arco di una settimana la temperatura media giornaliera in una certa località varia nel modo seguente: rispetto al primo giorno, il secondo giorno la temperatura aumenta di 4 gradi centigradi, il terzo giorno aumenta di 3°C il quarto rimane invariata, il quinto diminuisce di 5. Il sesto aumenta bruscamente di 12 gradi e il settimo diminuisce di 7. Com'è la temperatura dell'ultimo giorno rispetto al primo?

[+7]

12. Traduci in una espressione algebrica le frasi seguenti:

- a) L'opposto del triplo del quadrato della somma di due numeri
- b) Il triplo del quoziente tra un numero pari e il suo successivo
- c) Il sesto del prodotto di tre numeri dispari consecutivi

13. Addizionando $\frac{3}{2}$ ai $\frac{5}{3}$ di un numero, si ottiene il doppio del numero stesso diminuito di $\frac{5}{2}$. Determina tale numero.

[12]

14. Una località sciistica propone le seguenti tariffe per lo skipass stagionale: la tariffa A prevede una quota iniziale di 105 euro + 12 euro al giorno, mentre la tariffa B non prevede un costo fisso ma il giornaliero costa 27 euro. Quanti giorni si deve sciare affinché le due tariffe si equivalgano?

[7]

15. Il perimetro di un rettangolo è 84. Determina la misura dei suoi lati sapendo che il lato minore è uguale ai $\frac{3}{4}$ di quello maggiore.

[18cm, 24cm]